Mathematik für Physiker III
Universität Bonn, WS 2013/14

Prof. Dr. Jens Franke
Jan Büthe

Übungsblatt 1

Abgabe am 30.10.2013
in der Vorlesung

Aufgabe 1 (5 Punkte)**.** Zeigen Sie, dass die folgenden Abbildungen zwar als Funktionen zweier reeller Variablen total differenzierbar, aber nicht komplex differenzierbar sind:

$$f(z) = \overline{z}$$
$$f(z) = \mathrm{Re}(z)$$
$$f(z) = \mathrm{Im}(z)$$

Aufgabe 2 (5 Punkte)**.** Es sei

$$f(x+iy) = u(x,y) + iv(x,y),$$

mit $u, v \in C^2(\mathbb{R}^2; \mathbb{R})$, eine ganze (d.h. auf ganz $\mathbb{C}$ komplex differenzierbare) Funktion. Zeigen Sie, dass u und v auf dem ganzen $\mathbb{R}^2$ harmonisch sind, d.h. es gilt

$$\Delta u = \Delta v = \frac{\partial^2}{\partial x^2} v + \frac{\partial^2}{\partial y^2} v = 0.$$

Gilt auch der Umkehrschluss?

Aufgabe 3 (5 Punkte)**.** Es sei

$$u(x,y) = x^3 - 3y^2 x - 7.$$

Finden Sie eine Funktion $v\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, sodass $f(x+iy) = u(x,y) + iv(x,y)$ zu einer ganzen Funktion wird.

Aufgabe 4 (5 Punkte)**.** Es sei $f\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ eine ganze Funktion. Zeigen Sie, dass $\overline{f(\overline{z})}$ ebenfalls ganz ist.