Mathematik für Physiker III — Prof. Dr. Jens Franke
Universität Bonn, WS 2013/14 — Jan Büthe

Testatreihe 2B

Testat 12(II). Man integriere das Vektorfeld

$$\vec{v}(x,y,z) = (0,1,-y)$$

über das Dreieck mit den Ecken

$$\begin{aligned} P &= (1,-1,1) \\ Q &= (0,0,2) \\ R &= (2,-1,1) \end{aligned}$$

Das Dreieck soll so orientiert werden, dass sich Q von R aus gesehen links von P befindet.
Lösung: $\frac{1}{6}$

Testat 13(II). Man berechne die Oberfläche der durch $(t, f(t)\cos(\phi), f(t)\sin(\phi))$ mit $0 \leq t \leq \infty$ und $0 \leq \phi \leq g(t)$ parametrisierten Fläche im $\mathbb{R}^3$, wobei f und g durch

$$\begin{aligned} f(t) &= 4 + 2 \cdot \cosh(\frac{t}{2}) \\ g(t) &= t \cdot \exp(-2 \cdot t) \end{aligned}$$

gegeben sind
Lösung: $\frac{1813}{900}$

Testat 1(III). Finden Sie jeweils die stärkste Aussage, die auf die nachfolgenden Funktionen f zutrifft.

A f ist auf ganz $\mathbb{C}$ holomorph.

B f ist auf $\mathbb{C}$ bis auf eine diskrete Teilmenge holomorph.

C f ist auf einer dichten Teilmenge von $\mathbb{C}$ holomorph.

Dabei ist es auch möglich, dass keine der Aussagen zutrifft.

$$f(z) = \frac{1}{\cos(\sin(z)) - 12i}$$
$$f(z) = \cos(1 + e^z - \sin(z))^2$$
$$f(z) = \exp\Big(\tan(z)^2 - \frac{\operatorname{cotan}(z)}{z}\Big)$$

Lösung: B,A,B

Testat 2(III). Man bestimme den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihe:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{1 + e^n \cdot n^3}$$

Lösung: e

Testat 2(III). Man bestimme den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihe:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{4n} \cdot z^n}{n^4 \cdot n^{2n}}$$

Lösung: ∞

Testat 3(III). Man berechne das Kurvenintegral von

$$(2 - 2i + 4\Re(z) + (3 + 3i)\Im(z)) \exp(z) dz$$

entlang folgender Kurve: Die Strecke von 0 nach $-1 + 2i$.
Lösung: $(2 + 6i)e^{2i-1}$

Testat 7(III). Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihenentwicklung der Funktion

$$\frac{(\exp(z) - 1) \cdot \sin(z)}{(\exp(z) + 1)}$$

im Nullpunkt.
Lösung: π.