Mathematik für Physiker III
Universität Bonn, WS 2013/14

Prof. Dr. Jens Franke
Jan Büthe

# Testatreihe 3B

**Testat 12(II).** Man integriere das Vektorfeld

$$\vec{v}(x,y,z) = (1,-1,1-y)$$

über das Dreieck mit den Ecken

$$P = (1,0,0)$$
$$Q = (1,-1,0)$$
$$R = (2,-1,-1)$$

Das Dreieck soll so orientiert werden, dass sich R von Q aus gesehen links von P befindet.
**Lösung:** $-\frac{4}{3}$

**Testat 13(II).** Man berechne die Oberfläche der durch $(t, f(t)\cos(\phi), f(t)\sin(\phi))$ mit $0 \le t \le \infty$ und $0 \le \phi \le g(t)$ parametrisierten Fläche im $\mathbb{R}^3$, wobei $f$ und $g$ durch

$$f(t) = 5 + \cosh(t)$$
$$g(t) = t \cdot \exp(-4 \cdot t)$$

gegeben sind
**Lösung:** $\frac{689}{1440}$

**Testat 1(III).** Finden Sie jeweils die stärkste Aussage, die auf die nachfolgenden Funktionen $f$ zutrifft.

A $f$ ist auf ganz $\mathbb{C}$ holomorph.

B $f$ ist auf $\mathbb{C}$ bis auf eine diskrete Teilmenge holomorph.

C $f$ ist auf einer dichten Teilmenge von $\mathbb{C}$ holomorph.

Dabei ist es auch möglich, dass keine der Aussagen zutrifft.

$$f(z) = \exp(\sin(\Re(z))^2) + \tan(z^3)$$
$$f(z) = \tan\left(\frac{1}{z^2}\right) - e^{\frac{1}{z}+3}$$
$$f(z) = \exp(7\cos(z) + z^2)$$

**Lösung:** X, C, A

**Testat 2(III).** Man bestimme den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihe:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 \cdot z^n}{e^{2n} + 2^n}$$

**Lösung:** $e^2$

**Testat 3(III).** Man berechne das Kurvenintegral von

$$(4 - 3 \cdot \Re(z) - 2 \cdot i \cdot \Im(z))\, dz$$

entlang folgender Kurve: $z = 5 \cdot t + 5 \cdot t^2 \cdot i$, durchlaufen von t=0 nach t=2.
**Lösung:** $290 - \frac{1360 \cdot i}{3}$.

**Testat 4(III)** Entscheiden Sie, ob die folgenden Funktionen an den angegebenen Stellen eine hebbare Singularität (H), eine nicht-isolierbare Singularität (N), eine wesentliche Singularität (W) oder eine Polstelle (P) haben.

| | |
|---|---|
| $\sin\left(\frac{1}{z^2+4}\right)$ | $z = 2i$ |
| $\frac{\tan(z) - z}{z(\cos(z)-1)^2}$ | $z = 0$ |
| $\log(z + ze^{2z})$ | $z = 0$ |

**Lösung:** W, P, N

**Testat 5(III).** Berechnen Sie das Residuum der Funktion

$$\frac{-3 \cdot z^3 - 3 \cdot z^2 + 5 \cdot z - 2 + 3 \cdot \sin(3z)}{\sin(3z)}$$

an der Stelle 0.
**Lösung:** $-\frac{2}{3}$.

**Testat 6(III).** Integrieren Sie

$$\frac{\exp(z^2)}{(z^4 - 4 \cdot z^3 + z^2 + 6 \cdot z)}\, dz$$

entlang der folgenden Kurve: Der Kreis mit Radius 4 und Mittelpunkt 0, mathe-mematisch negativ durchlaufen.
**Lösung:** $\frac{e^4 \cdot \pi \cdot i}{3} - \frac{e^9 \cdot \pi \cdot i}{6} + \frac{e \cdot \pi \cdot i}{6} - \frac{\pi \cdot i}{3}$.

**Testat 7(III).** Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihenentwicklung der Funktion

$$\frac{(z^4 + 3 \cdot z^3 - z^2 - 3 \cdot z) \cdot (\exp(2 \cdot z) - 1)}{(z^4 - 5 \cdot z^3 + 6 \cdot z^2 + 4 \cdot z - 8)}$$

im Nullpunkt.
**Lösung:** 2.

**Testat 8(III).** Berechnen Sie

$$\int_0^\infty \frac{(t-4) \cdot \sqrt{t}}{(t^4 + 12 \cdot t^3 + 49 \cdot t^2 + 78 \cdot t + 40)}\, dt.$$

**Lösung:** $\frac{37 \cdot \pi}{12} - \frac{3 \cdot \sqrt{5}\pi}{4} - \sqrt{2}\pi$.

**Testat 9(III).** Berechnen Sie

$$\int_0^\infty \frac{(-3 \cdot t + 4) \cdot \sqrt{t}}{(t^4 + 15 \cdot t^3 + 81 \cdot t^2 + 185 \cdot t + 150)}\, dt.$$

**Lösung:** $-\frac{82\cdot\sqrt{5}\pi}{45}+\frac{13\cdot\sqrt{3}\pi}{4}-\frac{10\cdot\sqrt{2}\pi}{9}$.