Übungsblatt 4

Aufgabe 1

Überprüfe jeweils in a) und b), ob die drei gegebenen Vektoren im $\mathbb{R}^3$ linear unabhängig sind.

a)

$$\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\-1\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\2\\2\end{pmatrix}$$

b)

$$\begin{pmatrix}1\\-3\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\-1\\2\end{pmatrix}$$

Aufgabe 2

Bestimme eine Basis des folgenden Untervektorraums des $\mathbb{R}^3$,

$$\operatorname{span}\left(\begin{pmatrix}-1\\5\\-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\2\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\1\\-6\end{pmatrix}\right).$$

Aufgabe 3

Bestimme eine Basis des Kerns der Matrix

$$\begin{pmatrix}1 & -2 & 0 & 1\\2 & 0 & 3 & -1\end{pmatrix}.$$

Ergänze diese zu einer Basis des $\mathbb{R}^4$.

Aufgabe 4

Die folgenden drei Vektoren bilden eine Basis des $\mathbb{R}^3$,

$$u = \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}, \; v = \begin{pmatrix}2\\2\\0\end{pmatrix}, \; w = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}.$$

(Zur Erinnerung: Insbesondere lässt sich jeder Vektor in $\mathbb{R}^3$ als Linearkombination $x \cdot u + y \cdot v + z \cdot w$ schreiben, wobei $x, y, z \in \mathbb{R}$.)

Drücke die folgenden beiden Vektoren jeweils als Linearkombination von u, v und w aus,

$$\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\-2\\3\end{pmatrix}.$$