Prof. Dr. M. Rapoport
T. Richarz **WS 2013/14**

Algebra II

2. Übungsblatt

Aufgabe 1:
a) Sei p eine Primzahl. Zeige, dass die Lokalisierung $\mathbb{Z}_{(p)}$ von $\mathbb{Z}$ in (p) ein diskreter Bewertungsring ist.

b) Bestimme alle Unterringe von $\mathbb{Q}$, die diskrete Bewertungsringe sind.

Aufgabe 2:
Ein Dedekindring mit nur endlich vielen Primidealen ist ein Hauptidealring.

Aufgabe 3:
Sei R ein Ring, der kein Körper ist. Zeige, dass folgende Aussagen äquivalent sind.

i) R ist ein diskreter Bewertungsring;

ii) R ist ein lokaler Hauptidealring;

iii) R ist ein noetherscher Integritätsring, und für alle Elemente x des Quotientenkörpers von R gilt $x \in R$ oder $x^{-1} \in R$;

iv) R ist noethersch und lokal, und das maximale Ideal wird von einem nicht nilpotenten Element erzeugt.

Aufgabe 4:
Sei $L/\mathbb{Q}$ eine Körpererweiterung von Grad n, und sei R der Ring der ganzen Zahlen von L. Bilden $x_1, \ldots, x_n \in R$ eine Basis von L über $\mathbb{Q}$ und ist die Diskriminante $\Delta(x_1, \ldots, x_n)$ quadratfrei, so ist $x_1, \ldots, x_n$ eine $\mathbb{Z}$-Basis von R.

Abgabe: Donnerstag, 31. Oktober 2013.